Funktionen angeben

Rep-HS19 (Aug. 2020) - Aufgabe 1e)

Welche der Funktionen $\sin(x^2), \cos(e^{|x|})$ ist achsensymmetrisch um die y-Achse?

Lösung: beide (erfüllen $f(x) = f(-x)$)

Rep-HS19 (Aug. 2020) - Aufgabe 1f)

Geben Sie 4 Funktionen an und zwar i) eine unstetige; ii) eine stetige die nicht differenzierbar ist; iii) eine aperiodische differenzierbare und iv) eine periodische differenzierbare Funktion.

Lösung:

unstetige: $f_1(x) = 0$ für $x < 0$ und $f_1(x) = 1$ für $x \geq 0$

stetige aber nicht diffbare: $f_2(x) = |x|$

aperiodische: z.B. $f_3(x) = x$ (ist nicht periodisch)

periodische differenzierbare: $f_4(x) = \sin(x)$

Rep-HS19 (Aug. 2020) - Aufgabe 1h)

Geben Sie eine Funktion an, die folgende Eigenschaften aufweist: a) auf den ganzen reellen Zahlen definiert und differenzierbar, b) auf $[-1, \infty)$ beschreibt der Graph eine Rechtskurve, c) bei -1 ist ein Wendepunkt, d) es ist ein Polynom.

Lösung: $-(x+1)^3$

HS19 - Aufgabe 1a)

Geben Sie eine Funktion an, die auf ganz $\mathbb{R}$ definiert ist und überall, bis auf 2 Punkte, differenzierbar ist. An einem der beiden Punkte soll die Funktion unstetig sein, an der anderen zwar stetig, aber nicht differenzierbar.

Lösung:

ganz viele Lösungen (mit 1 Knick und 1 Sprungstelle)

z.B. $f(x) = 0$ für $x < 0$, $f(x) = x$ für $x \in [0, 1]$, $f(x) = 2$ für $x > 1$

HS19 - Aufgabe 1e)

Es wird ab dem Zeitpunkt $t = 1$ ein Wasserhahn ganz langsam und stetig zu gedreht, so dass immer ein bisschen Wasser weiter herausfliesst und nie ganz geschlossen wird. Geben Sie ein Beispiel einer Funktion der Fliessgeschwindigkeit in Liter pro Sekunde als Funktion der Zeit t an, damit ab Zeit 1 total die Menge 1 Liter rausfliesst.

Lösung: $f(t) = t^{-2}$ mit $\int_1^\infty t^{-2} dt = 1$

HS19 - Aufgabe 1f)

Es wird ab dem Zeitpunkt $t = 1$ ein Wasserhahn ganz langsam und stetig zu gedreht, so dass immer ein bisschen Wasser weiter herausfliesst und nie ganz geschlossen wird. Geben Sie ein Beispiel einer Funktion der Fliessgeschwindigkeit in Liter pro Sekunde als Funktion der Zeit t an, damit ab Zeit 1 total unendlich viel Wasser rausfliesst.

Lösung: $f(t) = t^{-1}$ mit $\int_1^\infty \frac{1}{t} dt = \infty$

HS19 - Aufgabe 8:

Geben Sie eine auf ganz $\mathbb{R}$ definierte, periodische Funktion $f(x)$ mit folgenden Eigenschaften an: überall differnzierbar, wachsend beim Punkt 0, immer ≥ 2, Periode 2. [Tipp: wenn Sie den Lösungsvorschlag notiert haben, prüfen Sie nochmals *alle* geforderten Eigenschaften - insbesondere, ob die Funktion auf ganz $\mathbb{R}$ definiert ist]

Lösung: Bsp. $\sin(\pi x) + 3$

Rep-HS18 (Aug. 2019) - Aufgabe 1e)

Welche der Funktionen $e^{\sin(x^2)}, e^{\cos(x)}$ ist achsensymmetrisch um die y-Achse?

Lösung: beide (erfüllen $f(x) = f(-x)$)

Rep-HS18 - Aufgabe 8:

Geben Sie eine Funktion an, die folgende Eigenschaften aufweist [0.5 Punkt pro Teilaufgabe, vorausgesetzt dass zumindest periodisch, sonst 0]: a) auf den ganzen reellen Zahlen definiert und differenzierbar b) auf $[0, 1]$ streng monoton wachsend, c) periodisch mit Periode 4, d) nichtnegativ.

Lösung: $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1$

HS18 - Aufgabe 1c)

Geben Sie eine Funktion $f(x)$ an, sodass $f''(x) = -f(x)$, wobei Sie weder $f(x) = \sin(x)$, noch $f(x) = \cos(x)$, noch $f(x) = 0$ wählen dürfen.

Lösung: $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$

HS18 - Aufgabe 7:

Geben Sie eine differenzierbare, periodische Funktion f an, welche nur Werte im Intervall $[0, 10]$ annimmt, wachsend in $[10, 20]$ ist mit $f(10) = 0$ und $f(20) = 10$. Tipp: Wenn Sie glauben, die richtige Lösung zu haben, prüfen Sie diese mit ein paar Punkten.

Lösung: $f(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{20}(x+5)\right) + 5$

oder auch $f(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{20}(x-15)\right) + 5$

HS18 - Aufgabe 8:

a) Geben Sie eine differenzierbare Funktion $g(x) \geq 0$ an, die konvex (d.h. $g'' > 0$) ist in $(-\infty, 0)$ und in $(2, \infty)$ achsensymmetrisch um die Gerade $x = 1$, $g(0) = 1$, mit Maximum bei $x = 1$ und $\int_{-\infty}^{0} g(x)dx = 1$.

b) (schwieriger) Geben Sie jetzt eine Funktion g an, welche neben den Forderungen in a) zusätzlich erfüllt, dass $\int_{-\infty}^{\infty} g(x)dx = 14/3$.

Eventuell haben Sie das in a) schon "per Zufall" erreicht. Sonst versuchen Sie geschickt die Funktion e^x einzubauen (mit Transformationen).

Lösung: a) $g(x) = \begin{cases} e^x & \text{falls } x \leq 0 \\ -0.5(x-1)^2 + 1.5 & \text{falls } x \in [0,2] \\ e^{-x+2} & \text{falls } x \geq 2. \end{cases}$ b) siehe a)

HS17 - Aufgabe 1a)

Verschieben Sie $f(x) = \sin^5(x)$ um drei Einheiten nach rechts; Sie erhalten damit f_1. Strecken Sie die Funktion f_1 danach um den Faktor 3 in y-Richtung; Sie erhalten damit f_2. Geben Sie f_1, f_2 an. Welchen Wert nimmt $f_2(\pi/2 + 3)$ an?

Lösung: $f_1 = \sin^5(x-3)$, $f_2(x) = 3\sin^5(x-3)$, $f_2(\pi/2+3) = 3$

Rep-HS16 (Sept. 2017) - Aufgabe 1c)

Sie starten mit der Funktion $f(x) := (x-3)^2 + 2$. Geben Sie die Funktion an, wenn Sie diese an die y-Achse spiegeln.

Lösung: $f_1(x) = (-x-3)^2 + 2$

HS16 - Aufgabe 1a)

Geben Sie alle Nullstellen von $f(x) = (x-4)^5$ an. Geben Sie die Funktion an, wenn Sie den Graphen um 6 Einheiten nach rechts verschieben.

Lösung: $x = 4$, $f_1(x) = (x-10)^5$

HS16 - Aufgabe 1c)

Wählen Sie in $f(x) = \sin(ax+b)$ reelle Zahlnen a und b so, dass f durch $(1,0)$ geht und die Periode 2 ist. Wie viele Lösungen mit verschiedenem Graph gibt es?

Lösung: 2 Lösungen (steigend, fallend bei $(1,0)$)

Rep-HS15 (Sept. 2016) - Aufgabe 1c)

Geben Sie eine Funktion an, welche achsensymmetrisch bezüglich der Geraden $x = 4$ (dies ist eine Parallele zur y-Achse) ist.

Lösung: $(x-4)^2$

Rep-HS15 - Aufgabe 8:

Geben Sie eine differenzierbare Funktion von $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an, welche folgende Eigenschaften hat: auf $(-\infty, 0]$ ist sie streng monoton wachsend, $f(0) = 1$, auf $[0, \ln 2]$ entspricht die Steigung genau dem Funktionswert, ab dann ist sie periodisch mit Periode 6π.

Lösung: $f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq \ln 2 \\ 6 \sin\left(\frac{x - \ln 2}{3}\right) + 2 & x > \ln 2 \end{cases}$

HS15 - Aufgabe 1g)

Geben Sie zwei verschiedene Funktionen f, g an, welche beide streng monoton wachsend sind und an der Stelle $x = 0$ Tangenten besitzen, welche übereinstimmen.

Lösung: e^x und $1 + \ln(1 + x)$

Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1g)

Geben Sie eine differenzierbare Funktion $f(x)$ von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ an, welche streng monoton von $-\infty$ bis 2 wächst, es muss zudem gelten, dass $f(2) = 2$ und von $[2, \infty]$ ist die Funktion periodisch mit Periode 2.

Lösung: $f(x) = \begin{cases} 1 + e^{x-2} & \text{wenn } x \leq 2 \\ 2 + \sin(\pi x) \cdot \frac{1}{\pi} & \text{wenn } x > 2 \end{cases}$

Rep-HS13 - Aufgabe 8:

Skizzieren Sie im Intervall $[-2, 2]$ die Graphen zu folgenden Funktionen:

a) $y = \sin(-\pi x)$,

b) $y = 2 - 3\cos(\pi(x - 1))$

Beschriften Sie jeweils auch die Achsen deutlich lesbar.

Lösung: siehe ML