

Integrale

Rep-HS18 - Aufgabe 4:

b) Berechnen Sie $\int_0^4 (x^2 + x)^5 (2x + 1) dx$

Lösung:

b) $\frac{1}{6} \cdot (20)^6$

HS18 - Aufgabe 5:

Berechnen Sie

a) $\int_0^{\pi/6} \cos(2t + \pi/6) dt$. explizit ohne Taschenrechner.

Wir wollen am Schluss eine Zahl sehen und keine trigonometrischen Ausdrücke mehr.

b) Berechnen Sie $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)} dx$.

c) Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn man die Funktion $f(x) = x^2$ im Intervall $[3, 4]$ um die x -Achse rotieren lässt.

Lösung:

a) 0.25 b) $\ln(2)$ c) $\pi/5(4^5 - 3^5) = \frac{781\pi}{5}$

Rep-HS17 - Aufgabe 5:

a) Berechnen Sie $\int_0^1 \frac{x^2}{5x^3 + 7} dx$. Wir wollen die einzelnen Schritte explizit sehen!

b) Berechnen Sie $\int_0^1 2xe^{-4x} dx$. Wir wollen die einzelnen Schritte explizit sehen!

Lösung:

a) $\frac{2}{15}(\sqrt{12} - \sqrt{7})$ b) $\frac{1}{8} - \frac{5}{8}e^{-4}$

HS17 - Aufgabe 4:

Berechnen Sie

a) $\int_0^2 x^2 \sqrt{x^3 + 5} dx$.

b) $\int (12x^5 - 2)e^{x^6 - x} dx$.

Lösung:

a) $\frac{2}{9} (13^{3/2} - 5^{3/2})$ b) $2e^{x^6 - x} + C$

Rep-HS16 - Aufgabe 5:

- a) Berechnen Sie $\int_0^1 \sqrt{x} dx$.
- b) Berechnen Sie die Fläche, die von der y -Achse, der Geraden $y = 1$ und dem Graphen der Funktion x^2 eingeschlossen wird. Hinweis: Aufgabe a) anschauen, dann geht es ohne Rechnung!

Lösung:a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ **Rep-HS16 - Aufgabe 4:**

- b) Berechnen Sie $\int_0^1 \frac{1}{(2+3x)^2} dx$.

Lösung:b) $\frac{1}{10}$ **HS16 - Aufgabe 4:**

- a) Berechnen Sie $\int_0^2 e^{1-x} dx$.
- b) Berechnen Sie $\int_2^4 \frac{1}{\sqrt{x^2-4}} dx$.

Formen Sie am Schluss so weit um, wie es ohne Taschenrechner geht.

- c) Berechnen Sie $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{(x-1)} dx$.

Formen Sie am Schluss so weit um, wie es ohne Taschenrechner geht.

Lösung:a) $e - e^{-1}$ b) $\ln(4 + \sqrt{12}) - \ln(2) \left(= \ln(2 + \sqrt{3}) \right)$ c) $\ln(2) - \ln(3) = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ **Rep-HS15 - Aufgabe 3:**

- a) Berechnen Sie $\int_0^{e-1} \frac{1}{x+1} dx$.
- b) Leiten Sie $e^{x^3} \ln x^2$ ab.

Lösung:a) 1 b) $e^{x^3} \left(3x^2 \ln(x^2) + \frac{2}{x} \right)$

HS15 - Aufgabe 4:

1. Berechnen Sie mit Hilfe der Substitutionsmethode die Stammfunktion

$$\int x^5 \sin(3 + x^6) dx.$$

2. Berechnen Sie die Stammfunktion

$$\int \frac{x^2 + 4x + 3}{2x^2} dx.$$

Lösung:

1. $-\cos(3 + x^6)/6 + C$ 2. $x/2 + 2\ln(x) - 3/(2x) + C$

Rep-HS14 - Aufgabe 4:

- a) Berechnen Sie mit Hilfe der Substitutionsmethode: $\int_0^1 \frac{2x}{2+x^2} dx$; wir wollen die Substitution explizit sehen!
- b) Finden Sie mit Hilfe der partiellen Integration eine Stammfunktion von $(t-2)\cos t$.

Lösung:

a) $\ln(3) - \ln(2)$ b) $(t-2)\sin(t) + \cos(t) + C$

HS14 - Aufgabe 5:

Integrieren Sie, ohne die Tabellen zu benutzen, mit Hilfe der Substitutionsmethode die folgenden Integrale. Wir wollen die Substitution explizit sehen.

1. $\int \frac{1}{5x-4} dx$

2. $\int \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} dx$

Lösung:

1. $1/5 \ln|5x-4| + C$. 2. $-\sqrt{a^2-x^2} + C$ ($|x| < |a|$).

HS13 - Aufgabe 4:

Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $x^3 e^{-x}$ und prüfen Sie durch komplettes Nachrechnen (differenzieren), dass Ihr Resultat stimmt.

Lösung:

$e^{-x} (-x^3 - 3x^2 - 6x - 6) + C$

Rep-HS12 - Aufgabe 7:

Berechnen Sie mit Hilfe der partiellen Integration

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Benutzen Sie dabei, dass $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \sqrt{2\pi}$.

Lösung:

$\sqrt{2\pi}$