

## Differentialgleichungen 1-Minuten-Aufgaben

### Rep-HS19 (Aug. 2020) - Aufgabe 1c)

Geben Sie auf  $x > 0$  ein Beispiel einer Funktion an, deren Ableitung immer genau den dreifachen Kehrwert des Arguments hat (Argument ist das "x"). Geben Sie alle Funktionen mit dieser Eigenschaft an.

Lösung:

$$y' = 3 \cdot \frac{1}{x} \\ \rightarrow y(x) = 3 \ln(x) \quad \text{alle: } y(x) = 3 \ln(x) + C$$

### HS19 - Aufgabe 1b)

Zeigen Sie, dass  $y = \sin(x)$  folgende Differenzialgleichung löst:  $y^{(2)} + 2y = \sin(x)$ .

Lösung:

$$y' = \cos(x), \quad y'' = -\sin(x) \\ -\sin(x) + 2\sin(x) = \sin(x)$$

### HS19 - Aufgabe 1c)

Löst  $y = \sin(x) + 7\sin(\sqrt{2}x)$  auch  $y^{(2)} + 2y = \sin(x)$ ? Mit Beweis falls JA oder sonst Gegenargument wenn NEIN.

Lösung:

$$\text{Ja: } y' = \cos(x) + 7\sqrt{2}\cos(\sqrt{2}x), \quad y'' = -\sin(x) - 7(\sqrt{2})^2 \sin(\sqrt{2}x) \\ (-\sin(x) - 14\sin(\sqrt{2}x)) + 2 \cdot (\sin(x) + 7\sin(\sqrt{2}x)) = \sin(x)$$

### HS19 - Aufgabe 1d)

Finden Sie eine Lösung der folgenden Differenzialgleichung:  $y^{(2)} + 2y = \cos(x)$

Lösung:

$$y = \cos(x)$$

### Rep-HS18 (Aug. 2019) - Aufgabe 1c)

Geben Sie ein Beispiel einer Funktion an, deren Ableitung immer genau den dreifachen Wert der Funktion selber hat. Geben Sie alle Funktionen mit dieser Eigenschaft an.

Lösung:

$$y' = 3 \cdot y \quad (\text{lineare DGL}) \\ \rightarrow y(x) = e^{3x} \quad \text{alle: } y(x) = K \cdot e^{3x}$$

### HS17 - Aufgabe 1e)

Prüfen Sie, ob  $y = x \sin(x)$  eine Lösung der folgenden Differentialgleichung 2. Ordnung ist:

$$y + y'' = 2 \cos(x).$$

Lösung:

ableiten und einsetzen  $\rightarrow$  Ja

**HS16 - Aufgabe 1e)**

Geben Sie *alle* Funktionen mit der Eigenschaft an, dass deren Ableitung überall genau dem Funktionswert entspricht (mit Herleitung).

**Lösung:**

$$y' = y \quad y = Ke^x$$

**HS16 - Aufgabe 1f)**

Geben Sie *alle* Funktionen mit der Eigenschaft an, dass deren Ableitung überall genau dem doppelten Funktionswert entspricht (mit Herleitung).

**Lösung:**

$$y' = 2y \quad y = Ke^{2x}$$

**HS16 - Aufgabe 1g)**

Geben Sie *alle* Funktionen mit der Eigenschaft an, dass deren Ableitung überall genau dem Kehrwert des Arguments ("x-Wert") entspricht (nur für  $x > 0$ ) (mit Herleitung).

**Lösung:**

$$y' = \frac{1}{x} \quad y = \ln(x) + C$$

**HS16 - Aufgabe 1h)**

Geben Sie eine nicht-konstante Funktion an, bei der die vierte Ableitung wieder die ursprüngliche Funktion ist. Beschreiben Sie diese Aufgabenstellung auch mit Hilfe einer Differentialgleichung.

**Lösung:**

$$y'''' = y \quad \sin(x) \text{ oder } \cos(x)$$

**HS15 - Aufgabe 1e)**

Geben Sie erstmal die allgemeine Lösung zur Differentialgleichung  $y' = x^8 y$  an. Geben Sie jetzt eine spezielle Lösung an, welche durch den Punkt (1,2) geht.

**Lösung:**

$$y = Ke^{\frac{x^9}{9}} \quad y = 2e^{-\frac{1}{9}} e^{\frac{x^9}{9}} = 2e^{-\frac{1}{9} + \frac{x^9}{9}}$$

**Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1d)**

Finden Sie durch raten zwei Lösungen der Differentialgleichung  $y - y' + y'' - y''' = 0$ . Eine davon muss konstant sein, die andere streng monoton wachsend.

**Lösung:**

$$y_1 = 0 \quad y_2 = e^x$$

**Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1e)**

Finden Sie noch eine dritte Lösung der Differentialgleichung  $y - y' + y'' - y''' = 0$ . Diese muss periodisch sein mit periode  $> 0$ .

**Lösung:**

$\sin(x)$