"Kurvendiskussion" 1-Minuten-Aufgaben

Rep-HS19 (Aug. 2020) - Aufgabe 1a)

Leiten Sie nach x ab, wo $x > 0$: $\quad f(x) = \sin(\sin(e^x))$.

Lösung: $f'(x) = \cos(\sin(e^x)) \cdot \cos(e^x) \cdot e^x$

Rep-HS19 (Aug. 2020) - Aufgabe 1b)

Welche Werte nimmt $f(x) = (\sin(\ln(x)))^2$ maximal und minimal an wenn $x > 0$?

Man kann die Formel stehen lassen. Es geht ohne Rechnungen.

Lösung: Minimal: 0, Maximum: +1

Rep-HS19 (Aug. 2020) - Aufgabe 1d)

Führen Sie bei der Funktion $f(x) = 3x^2 + x + 28$ eine Linearisierung an der Stelle $x_0 = 0$ durch und berechnen sie mit Hilfe dieser Linearisierung den approximativen Wert von $f(x)$ an der Stelle 0.1.

Lösung: $f(0.1) \approx 28 + 1 \cdot (0.1 - 0) = 28.1$

Rep-HS19 (Aug. 2020) - Aufgabe 1g)

Bestimmen Sie die Geradengleichung der Tangente an die Funktion $f(x) = x^2 + 2$ an der Stelle $x = 1$

Lösung: $t(x) = 2x + 1 \quad (= 2 \cdot (x - 1) + 3)$

HS19 - Aufgabe 1h)

Wie muss man $a > 0$ wählen, damit sich die Graphen von e^{ax} und e^{-ax} in einem rechten Winkel schneiden?

Lösung: $a = 1 \quad$ (damit $m_1 \cdot m_2 = -1$)

Rep-HS18 (Aug. 2019) - Aufgabe 1a)

Leiten Sie nach x ab, wo $x > 0$: $\quad f(x) = e^{\sin(\ln(x))}$.

Lösung: $f'(x) = e^{\sin(\ln(x))} \cdot \cos(\ln(x)) \cdot \frac{1}{x}$

Rep-HS18 (Aug. 2019) - Aufgabe 1b)

Welche Werte nimmt $f(x) = e^{\sin(\ln(x))}$ maximal und minimal an wenn $x > 0$?

Man kann die Formel stehen lassen. Es geht ohne Rechnungen.

Lösung: Minimal: e^{-1}, Maximum: e

Rep-HS18 (Aug. 2019) - Aufgabe 1d)

Führen Sie bei der Funktion $f(x) = x^3 + 5x^2 + 54$ eine Linearisierung an der Stelle $x_0 = 0$ durch und berechnen sie mit Hilfe dieser Linearisierung den approximativen Wert von $f(x)$ an der Stelle 0.2.

Lösung: $f(0.2) \approx 54 + 0 \cdot (x - 0) = 54$

HS18 - Aufgabe 1a)

Sie modellieren stetiges Wachstum mit dem Ansatz $f(t) = Ke^{\lambda t}$, wobei die Zeiteinheit Jahre sei. λ sei 0.02. Um wieviel Prozent wächst $f(t)$ innert des ersten Jahres, um wieviel Prozent innerhalb des zweiten Jahres? (Formel stehen lassen, da Taschenrechner nicht erlaubt).

Lösung: 1. Jahr: $(e^{0.02} - 1) \cdot 100$, 2. Jahr: $(e^{0.02} - 1) \cdot 100$

HS18 - Aufgabe 1d)

Berechnen Sie von $f(x) = \sqrt[3]{x}$ den Wert $f'(-8)$ und machen Sie dazu eine möglichst präzise Skizze, beinhaltend den Graphen der Funktion $f(x)$ selber und die Tangente bei $x = -8$.

Lösung: $f'(-8) = \frac{1}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{12}$, Skizze siehe ML

HS18 - Aufgabe 1e)

Ist die Funktion $f(x) = x^3$ im ganzen Intervall $[-1, 1]$ streng monoton wachsend?

Lösung: Ja

HS18 - Aufgabe 1f)

Ist $|e - \pi| > 0.5$ oder $|e - \pi| \leq 0.5$ richtig?

Lösung: $[e - \pi] \leq 0.5$

Rep-HS17 (Aug. 2018) - Aufgabe 1a)

Geben Sie in Bogenmass die Menge aller Punkte in $\mathbb{R}$ an, bei denen $\cos(x)$ stetig ist. Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $|\cos(x)]$ differenzierbar ist.

Lösung: stetig: $\mathbb{R}$, diff'bar: $\mathbb{R}\backslash\{\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Rep-HS17 (Aug. 2018) - Aufgabe 1b)

Ein Prozess im Zeitablauf, $t \in \mathbb{R}$, wird durch $\sin(2t - 0.7)$ beschrieben, wo hier t in Sekunden und der Winkel in Gradmass angegeben ist. Wie sieht die Funktion aus, wenn Sie die Zeit in Stunden und den Winkel in Bogenmass angeben möchten?

Lösung: $\sin\left((7200t - 0.7) \cdot \frac{2\pi}{360}\right)$

Rep-HS17 (Aug. 2018) - Aufgabe 1c)

Eine Strahlungsquelle emittiert im $\mathbb{R}^3$ Teilchen radial in alle Richtungen. Im Abstand von einem Meter wird die Anzahl Teilchen gemessen, welche pro Sekunde auf eine kleine Membran auftreffen. Jetzt wird eine 16 mal grössere Strahlungsquelle eingesetzt. Wie weit von der Quelle muss man die Messgeräte neu aufstellen, damit die gleiche Anzahl Teilchen pro Sekunde auf der Membran auftreffen? Vernachlässigen Sie allfällige Effekte von Wechselwirkungen.

Lösung: Neuer Radius / Entfernung: $4m$

Rep-HS17 (Aug. 2018) - Aufgabe 1d)

Führen Sie bei der Funktion $f(x) = 5x^4 + 3x^2 + 20$ eine Linearisierung an der Stelle $x_0 = 1$ durch und berechnen Sie mit Hilfe dieser Linearisierung den approximativen Wert von $f(x)$ an der Stelle 0.8.

Lösung: $p(x) = 28 + 26 \cdot (x - 1) \quad \rightarrow \quad f(x) \approx p(0.8) = 22.8$

Rep-HS17 (Aug. 2018) - Aufgabe 1e)

Was ist die geometrische Bedeutung von $\int_a^b f(x)dx$ wenn $f > 0$?

Lösung: Fläche unterhalb des Graphen von f (und der x-Achse) von $x = a$ bis $x = b$

Rep-HS17 (Aug. 2018) - Aufgabe 1f)

Geben Sie eine einzige Situation aus der Physik an, bei der f, f' und f'' eine konkrete Bedeutung haben und benennen Sie diese.

Lösung: $f(t) =$ zurückgelegte Strecke, $f'(t) =$ Geschwindigkeit, $f''(t) =$ Beschleunigung

HS17 - Aufgabe 1b)

Geben Sie eine natürliche Zahl n an, für die

$$n^{(n^n)} = (n^n)^n = n^{n*n}.$$

Lösung: $n = 1$ (oder 0 oder 2)

HS17 - Aufgabe 1c)

Machen Sie bei der Funktion $f(x) = x^3 + x^2$ eine Linearisierung an der Stelle $x_0 = 1$ und berechnen Sie approximativ mit Hilfe dieser Linearisierung den Wert von $f(x)$ an der Stelle 1.1.

Lösung: $p(x) = 2 + 5(x - 1), \quad f(1.1) \approx 2.5$

HS17 - Aufgabe 1d)

Was gibt $\sin(\pi)$? Kommentieren Sie die Aussage $\arcsin(0) = \pi$.

Lösung: $\sin(\pi) = 0$, $\arcsin(0) = 0$ (Wertebereich von $\arcsin(x)$ ist $[-\pi/2, \pi/2]$)

HS17 - Aufgabe 1f)

Ein Fahrzeug wird während eines Zeitintervalls $[0, T]$ beobachtet. Der zurückgelegte Weg zum Zeitpunkt t sei $s(t)$. Welchen Weg hätte das Fahrzeug zum Zeitpunkt T zurückgelegt, wenn es von einem bestimmten Moment $t_0 \in (0, T)$ an mit gleichbleibender Geschwindigkeit weitergefahren wäre? Einer der folgenden Ausdrücke ist richtig, welcher?

A) $\dot{s}(t_0)T$

B) $s(t_0)(T - t_0) + \dot{s}(t_0)$

C) $\dot{s}(T)(T - t_0) + s(T)$

D) $\dot{s}(t_0)(T - t_0) + s(t_0)$

Lösung: D

Rep-HS16 (Sept. 2017) - Aufgabe 1a)

Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $\sin(x)$ stetig ist. Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $\sin(x)$ differenzierbar ist.

Lösung: $\mathbb{R}$ und $\mathbb{R}$

Rep-HS16 (Sept. 2017) - Aufgabe 1b)

Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $\sin^2(x)$ stetig ist. Geben Sie die Menge aller Punkte an, bei denen $\sin^2(x)$ differenzierbar ist.

Lösung: $\mathbb{R}$ und $\mathbb{R}$

Rep-HS16 (Sept. 2017) - Aufgabe 1d)

Ein chemischer Prozessablauf wird mit der Funktion $f(t) = 3t^2$ modelliert. Die Zeit t wird dabei anfänglich in Millisekunden angegeben. Wie sieht die Funktion aus, wenn wir die Zeit neu in Sekunden angeben wollen?

Lösung: $f_1(t) = 3 \cdot 10^6 t^2$

Rep-HS16 (Sept. 2017) - Aufgabe 1e)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x) := |x|e^{|x|}$ auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit im Punkt 0.

Lösung: stetig aber nicht diff'bar

HS16 - Aufgabe 1d)

Sie modellieren stetiges Wachstum mit dem Ansatz $f(t) = Ke^{\lambda t}$, wobei die Zeiteinheit Jahre sei. Als Wachstumsrate wird 2 % pro Jahr angegeben. Wie ist dann das λ? (Formel stehen lassen, da Taschenrechner nicht erlaubt).

Lösung: $\lambda = \ln(1.02)$

HS16 - Aufgabe 1i)

Bestimmen Sie

$$\int_1^2 \frac{1}{(x+1)^2} dx.$$

Lösung: $\frac{1}{6}$

Rep-HS15 (Sept. 2016) - Aufgabe 1b)

Geben Sie den maximal möglichen Definitionsbereich von $\sin(\arcsin x) + 2$ und $\arcsin(\sin x)$ an.

Lösung: $[-1, 1]$ und $(-\infty, \infty)$

Rep-HS15 (Sept. 2016) - Aufgabe 1d)

Leiten Sie mit Hilfe der Quotientenregel $\dfrac{x}{x^2} x > 0$ ab, ohne vorher zu kürzen.

Lösung: $\frac{1 \cdot x^2 - x \cdot 2x}{(x^2)^2} = -\frac{1}{x^2}$

Rep-HS15 (Sept. 2016) - Aufgabe 1e)

Eine Kugel wird derart vergrössert, dass sich das Volumen verachtfacht. Wie wächst dabei der Radius?

Lösung: verdoppelt

Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1f)

Leiten Sie $1/x$ mit der Quotientenregel ab - *hier* wollen wir die einzelnen Rechenschritte sehen! Sie dürfen $(1/x)' = -1/x^2$ nicht direkt benutzen.

Lösung: $\frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$

HS15 - Aufgabe 1a)

Eine Fläche in der Ebene wird um den Faktor 2 gestreckt; wie ändert sich der Flächeninhalt? Ein Körper im Raum wird um den Faktor 3 gestreckt; wie ändert sich das Volumen?

Lösung: Mal 4 und Mal 27

Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1c)

In einem Raum hat es von einem radioaktiven Isotop eine acht mal höhere Menge als erlaubt. Die Halbwertszeit des Isotops betrage 3 Tage. Wie lange muss man warten, bis die Menge genau an der oberen Grenze des zulässigen Bereichs angekommen ist?

Lösung: 9 Tage

HS14 - Aufgabe 1d)

In der Vorlesung wurde definiert: "Der pH-Wert ist der negative dekadische Logarithmus der Konzentration der (freien) Wasserstoffionen in Mol pro Liter". Ein Mol definieren wir als $6.02 \cdot 10^{23}$. Wieviele (freie) Wasserstoffionen hat es dann in einem Liter Wasser, wenn der pH-Wert 7 ist? Wieviele, wenn der pH-Wert 5 ist?

Lösung: $6.02 \cdot 10^{16}$ $6.02 \cdot 10^{18}$

HS14 - Aufgabe 1f)

Kann es eine Funktion geben, welche stetig ist aber an keiner einzigen Stelle differenzierbar? Wenn nein, beweisen Sie es; wenn ja: nennen Sie uns eine solche Funktion?

Lösung: brownsche Bewegung

Hinweis:

Eine ausführliche Erklärung zu den folgenden zwei Aufgaben findet ihr in der YouTube-Playlist oder direkt unter
`https://www.youtube.com/watch?v=k5AF91ZWbzE&list=PLDnzcUHgTuzkCDDYOJePhfbprKZqJ-BG4&index=6&t=3s`

HS14 - Aufgabe 1g)

Seppli untersucht die Funktion x^3. Er leitet Sie ab und setzt die Ableitung gleich 0. Die Lösung der Gleichung ist dann 0. Er schliesst, dass x^3 bei $x = 0$ eine Extremalstelle hat. Kommentieren Sie sein Vorgehen.

Lösung: $f' = 0$ ist notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für Extrema. $x = 0$ ist Sattelpunkt

HS14 - Aufgabe 1h)

Trudi untersucht die Funktion x^4. Sie leitet Sie ab und setzt die Ableitung gleich 0. Die Lösung der Gleichung ist dann 0. Dann leitet sie nochmals ab und stellt leider fest, dass die Ableitung in 0 selber 0 ist. Trudi schliesst, dass x^4 bei 0 keine Extremalstelle hat. Kommentieren Sie ihr Vorgehen.

Lösung: $f'' \neq 0$ ist hinreichende aber nicht notwendige Bedingung. $x = 0$ ist Minimum