MathCourses
www.mathcourses.ch/mat182.html

MAT182 PVK

Vorarbeit "Grundlagen"

Algebra

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat182.html

MathCourses

Formelsammlung MAT182

1 Wichtigste Algebra-Grundlagen

1.1 Potenzgesetze

1. $(ab)^n = a^n \cdot b^n \qquad (\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$
2. $a^n \cdot a^m = a^{n+m} \qquad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \qquad (a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$
3. $a^0 = 1 \qquad 1^n = 1$
4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$
5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

1.2 Logarithmusgesetze

Hinweis: Falls nur log(...) steht, meinen Mathematiker oft ln(...)

1. $\log x + \log y = \log(x \cdot y) \qquad \log x - \log y = \log(\frac{x}{y}) \qquad n \cdot \log x = \log(x^n)$
2. $e^{\ln x} = x = \ln e^x$ (falls nichts zwischen e und ln ist!! Sonst zuerst Potenz-/Logarithmengesetze anwenden!)
3. $\ln(e) = 1 \qquad \log_b(1) = 0$
4. $b^{\log_b(x)} = x = \log_b(b^x)$
5. Definition $\qquad y = b^x \Leftrightarrow \log_b(y) = x$
6. $\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$ (Basiswechselsatz)

Hausaufgaben-Empfehlung vor dem PVK: "Vorarbeit_PVK_Grundlagen-Algebra" (PDF siehe Homepage)

1.3 Gleichungen lösen

1. Quadratische Gleichungen $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (Mitternachtsformel)$$

2. Kubische Gleichungen (z.B. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$):

    1. Nullstelle (durch pröbeln) erraten
    2. Polynomdivision anwenden (siehe Link)

`https://youtu.be/K8K4_gowb4E?si=nbw-soxyW4zIEDlv`

MAT182 Zwischenkurs 1

Übungsblock

Algebra

(Grundlagen)

	$\mathbf{\frac{1}{x^r} = x^{-r}}$	$\mathbf{\sqrt[n]{x^k} = x^{\frac{k}{n}}}$	$\mathbf{x^a \cdot x^b = x^{a+b}}$	$\mathbf{\frac{e}{\left(\frac{f}{g}\right)} = \frac{\left(\frac{e}{1}\right)}{\left(\frac{f}{g}\right)} = \frac{e}{1} \cdot \frac{g}{f}}$	$\mathbf{\left(x^a\right)^c = x^{a \cdot c}}$
1.	$\frac{1}{x^2} =$	$\sqrt{x} =$	$x^7 \cdot x^3 =$	$\frac{8}{\frac{3}{5}} =$	$\left(x^3\right)^2 =$
2.	$\frac{1}{x^5} =$	$\sqrt[3]{x} =$	$x \cdot \sqrt{x} =$	$\frac{4}{\frac{2}{x^2}} =$	$\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^5 =$
3.	$\frac{3}{x^2} =$	$\sqrt[5]{x^4} =$	$\sqrt[4]{x^3} \cdot x^{-2} =$	$\frac{1}{\frac{x}{3}} =$	$\sqrt[7]{x^{\frac{5}{2}}} =$
4.	$\frac{1}{3x^2} =$	$\sqrt{4x} =$	$\mathbf{x^a : x^b = \frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}}$	$\frac{x}{\frac{5}{4}} =$	$\left(\sqrt{3} \cdot x^{\frac{3}{2}}\right)^2 =$
5.	$\frac{11}{13x^5} =$	$\sqrt[4]{16x^8} =$	$\frac{x^5}{x^3} =$	$\frac{3x}{\frac{3}{7}} =$	$\left(4x^5\right)^2 =$
6.	$\frac{2}{x^{-3}} =$	Formel rückwärts angewendet $x^{\frac{2}{3}} =$	$\frac{x^{12}}{x^4} =$	$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{2}{9}} =$	$\left(\frac{\frac{x^2}{3}}{\frac{3}{x^{-5}}}\right)^{\sqrt{3}} =$
7.	$\frac{1}{\sqrt[3]{x}} =$	Formel rückwärts angewendet $4x^{-\frac{5}{2}} =$	$\frac{2x^3}{x^6} =$	$\frac{\frac{13x}{5}}{\frac{2}{3}} =$	

$\ln(\mathbf{a}) + \ln(\mathbf{b}) = \ln(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$	$\ln(\mathbf{a}) - \ln(\mathbf{b}) = \ln\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}\right)$	$\mathbf{c} \cdot \ln(\mathbf{a}) = \ln\left(\mathbf{a}^{\mathbf{c}}\right)$	$\sqrt{\mathbf{a}} \cdot \sqrt{\mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}$	**Wissen**
$\ln(y) + \ln(y^2) =$	$\ln(y) - \ln(y^2) =$	$3\ln(y) =$	$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x^3} =$	$x^0 =$
$\ln(y) + \ln(3) =$	$\ln(z) - \ln\left(\frac{1}{5}\right) =$	$-\ln(a) =$	$\sqrt{4x^3} =$	$\ln(1) =$
$\ln\left(\frac{x}{3}\right) + \ln(12xy) =$	$\ln(u) - \ln\left(3\sqrt{u}\right) =$	$-\frac{1}{4}\ln(16x^2) =$	$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x^3} =$	$e^0 =$
$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2}$	$\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2}$	$\mathbf{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$	$\frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}}$	**Fehler-quellen**
$(x+3)^2 =$	$(2y-1)^2 =$	$(y^3+11)(y^3-11) =$	$\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{x^9}} =$	$\sqrt{a+b}$ $=$ $\frac{\ln(x^2+1)}{\ln(x)}$ $=$
$y^2 + 2y + 1 =$	$x^2 - 10x + 25 =$	$b^2 - 1 =$	$\frac{\sqrt{4x^2}}{\sqrt{3x}} =$	
$y^4 + 4y^2 + 4 =$	$a^2 - a + \frac{1}{4} =$	$9x^4 - 25 =$	$\frac{\sqrt{x^4-16}}{\sqrt{x+2}} =$	

	$\frac{1}{x^r} = x^{-r}$	$\sqrt[n]{x^k} = x^{\frac{k}{n}}$	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$\frac{e}{\left(\frac{f}{g}\right)} = \frac{\left(\frac{e}{1}\right)}{\left(\frac{f}{g}\right)} = \frac{e}{1} \cdot \frac{g}{f}$	$\left(x^a\right)^c = x^{a \cdot c}$
1.	$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$	$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$x^7 \cdot x^3 = x^{7+3} = x^{10}$	$\frac{8}{\frac{3}{5}} = \frac{8}{1} \cdot \frac{5}{3} = \frac{40}{3}$	$\left(x^3\right)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$
2.	$\frac{1}{x^5} = x^{-5}$	$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$	$x \cdot \sqrt{x} = x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$	$\frac{4}{\frac{2}{x^2}} = \frac{4}{1} \cdot \frac{x^2}{2} = \frac{4x^2}{2} = 2x^2$	$\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^5 = x^{\frac{1}{4} \cdot 5} = x^{\frac{5}{4}}$
3.	$\frac{3}{x^2} = 3 \cdot \frac{1}{x^2} = 3 \cdot x^{-2}$	$\sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$	$\sqrt[4]{x^3} \cdot x^{-2} = x^{\frac{3}{4} - \frac{8}{4}} = x^{-\frac{5}{4}}$	$\frac{1}{\frac{x}{3}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{x} = \frac{3}{x}$	$\sqrt[7]{x^{\frac{5}{2}}} = \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{7}} = x^{\frac{5}{14}}$
4.	$\frac{1}{3x^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{3} \cdot x^{-2}$	$\sqrt{4x} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x} = 2 \cdot x^{\frac{1}{2}}$	$x^a : x^b = \frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$	$\frac{x}{\frac{5}{4}} = \frac{x}{1} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \cdot x = \frac{4x}{5}$	$\left(\sqrt{3} \cdot x^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3 \cdot x^3$
5.	$\frac{11}{13x^5} = \frac{11}{13} \cdot \frac{1}{x^5} = \frac{11}{13}x^{-5}$	$\sqrt[4]{16x^8} = \sqrt[4]{2^4}\sqrt[4]{x^8} = 2 \cdot x^2$	$\frac{x^5}{x^3} = x^{5-3} = x^2$	$\frac{3x}{\frac{3}{7}} = \frac{3x}{1} \cdot \frac{7}{3} = \frac{21x}{3} = 7x$	$\left(4x^5\right)^2 = 4^2 \left(x^5\right)^2 = 16x^{10}$
6.	$\frac{2}{x^{-3}} = 2 \cdot \frac{1}{x^{-3}} = 2x^3$	Formel rückwärts angewendet $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$	$\frac{x^{12}}{x^4} = x^8$	$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{2}{9}} = \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{63}{6} = \frac{21}{2}$	$\left(\frac{\frac{x^2}{3}}{\frac{3}{x^{-5}}}\right)^{\sqrt{3}} = \left(\frac{x^{-3}}{9}\right)^{\sqrt{3}}$
7.	$\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{(x)^{\frac{1}{3}}} = x^{-\frac{1}{3}}$	Formel rückwärts angewendet $4x^{-\frac{5}{2}} = 4 \cdot \frac{1}{x^{\frac{5}{2}}} = \frac{4}{\sqrt[2]{x^5}}$	$\frac{2x^3}{x^6} = 2 \cdot \frac{x^3}{x^6} = 2 \cdot x^{-3}$	$\frac{\frac{13x}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{13x}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{39x}{10}$	theor. $= \frac{\left(x^{-3}\right)^{\sqrt{3}}}{(9)^{\sqrt{3}}} = \frac{x^{-3 \cdot \sqrt{3}}}{9^{\sqrt{3}}}$

$\ln(\mathbf{a}) + \ln(\mathbf{b}) = \ln(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})$	$\ln(\mathbf{a}) - \ln(\mathbf{b}) = \ln\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}\right)$	$\mathbf{c}\cdot\ln(\mathbf{a}) = \ln\left(\mathbf{a}^{\mathbf{c}}\right)$	$\sqrt{\mathbf{a}}\cdot\sqrt{\mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}}$	**Wissen**
$\ln(y) + \ln(y^2) = \ln(y^3)$	$\ln(y) - \ln(y^2) = \ln\left(y^{-1}\right)$	$3\ln(y) = \ln\left(y^3\right)$	$\sqrt{x}\cdot\sqrt{x^3} = \sqrt{x^4} = x^2$	$x^0 = 1$
$\ln(y) + \ln(3) = \ln(3y)$	$\ln(z) - \ln\left(\frac{1}{5}\right) = \ln(5z)$	$-\ln(a) = \ln\left(a^{-1}\right)$	$\sqrt{4x^3} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{x^3} = 2x^{\frac{3}{2}}$	$\ln(1) = 0$
$\ln\left(\frac{x}{3}\right) + \ln(12xy) = \ln\left(4x^2y\right)$	$\ln(u) - \ln\left(3\sqrt{u}\right) = \ln\left(\frac{\sqrt{u}}{3}\right)$	$-\frac{1}{4}\ln(16x^2) = \ln\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$	$\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt{x^3} = \sqrt[6]{x^{11}}$	$e^0 = 1$
$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2}$	$\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2}$	$\mathbf{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$	$\frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}}$	**Fehler-quellen**
$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$	$(2y-1)^2 = 4y^2 - 4y + 1$	$(y^3+11)(y^3-11) = y^6 - 121$	$\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{x^9}} = \sqrt{x^{-4}} = \frac{1}{x^2}$	$\sqrt{a+b}$ $= \sqrt{a+b}$
$y^2 + 2y + 1 = (y+1)^2$	$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$	$b^2 - 1 = (b+1)(b-1)$	$\frac{\sqrt{4x^2}}{\sqrt{3x}} = \sqrt{\frac{4x^2}{3x}} = \sqrt{\frac{4x}{3}}$	$\frac{\ln(x^2+1)}{\ln(x)}$ $= \frac{\ln(x^2+1)}{\ln(x)}$
$y^4 + 4y^2 + 4 = (y^2+2)^2$	$a^2 - a + \frac{1}{4} = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2$	$9x^4 - 25 = (3x^2+5)(3x^2-5)$	$\frac{\sqrt{x^4-16}}{\sqrt{x+2}} = \sqrt{(x^2+4)(x-2)}$	

MAT182 Zwischenkurs 1

Algebra

(Prüfungs-Aufgaben)

Luchsingers 1-Min-Aufgaben

- Luchsingers Belohnung für "fleissige" StudentInnen

  aber alles möglich / unberechenbar

- Einfache Punkte muss man holen!

- Je mehr man übt / anschaut, desto besser

  z.T. ähnliche Fragen (zum selben Thema)

  → z.B. Algebra-Vereinfachungen

- Gewisse Aufgaben kurz im PVK thematisiert

  Grossteil ist aber Eigenarbeit (Vektorgeometrie, DGL, Kurvendiskussion)

  → unterstütze Fleiss aber so gut es geht :)

Bsp.: $e^{\frac{1}{2}\ln(6) - \frac{1}{2}\ln(3) + 1}$

$e^{\ln(\ldots)} = \ldots$ nur falls nichts dazwischen!

$\longrightarrow$ mit Potenz- und Logarithmengesetzen umformen:

$$e^{\overbrace{\frac{1}{2}\ln(6) - \frac{1}{2}\ln(3)}^{\frac{1}{2}(\ln(6)-\ln(3))} + 1}$$

$$= e^{\frac{1}{2}(\ln(6)-\ln(3)) + 1}$$ $\ln(x) - \ln(y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$

$$= e^{\frac{1}{2}\overbrace{\ln(2)}^{\ln(\frac{6}{3})} + 1}$$ $n \cdot \ln(x) = \ln(x^n)$

$$= e^{\overbrace{\ln(\sqrt{2})}^{\ln(2^{\frac{1}{2}})} + 1}$$ $a^{n+m} = a^n \cdot a^m$

$$= e^{\ln(\sqrt{2})} \cdot e^1$$ $e^{\ln(\ldots)} = \ldots$

$$= \underline{\underline{\sqrt{2} \cdot e}}$$

⊛ Zusatz: $10^{\log_{10}(1)}$ schwer?

$b^{\log_b(x)} = x = \log_b(b^x) \longrightarrow 10^{\log_{10}(1)} = 1$

MAT182 Zwischenkurs 1

Übungsblock

Algebra

(Prüfungs-Aufgaben)

Vereinfachen & Umformen: (Algebra 1-Minuten-Aufgaben)

Rep-HS13 (Sept. 2014) - Aufgabe 1b)

Sei $x > 0$. Berechnen Sie

$$\frac{e^{2\ln\sqrt{x}+1}}{x},$$

es ergibt eine reelle Zahl.

Lösung: e

Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1b)

Berechnen Sie

$$\frac{\ln(\log_{10}(10^e)e^2)}{3}.$$

Lösung: 1

Rep-HS15 (Sept. 2016) - Aufgabe 1a)

Berechnen Sie

$$e^{\ln(2^{\log_2 3})}$$

Lösung: 3

HS16 - Aufgabe 1b)

Berechnen Sie

$$\log\left(3^{[e^{\ln x^2}-e^{2\ln x}]}\right).$$

Lösung: 0

Rep-HS12 (Sept. 2013) - Aufgabe 1b)

Zwei der folgenden vier Ausdrücke $\ln(a+b)$, $\ln(ab)$, e^{a+b}, e^{ab} kann man sinnvoll umformen.

Welche und wie?

Lösung: $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ und $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$

HS19 - Aufgabe 1g)

Vereinfachen Sie $\ln\dfrac{1}{e^3}$ und $\log_{10}\dfrac{1}{10^3}$ soweit möglich.

Lösung: -3 und -3

Log-Transformationen (siehe Theorie Erklärung im Lösungs-PDF)

Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1h)

Der Zusammenhang zwischen den x-Werten und den y-Werten eines Datensatzes wird in einem doppeltlogarithmischen Masstab aufgezeichnet. Es ergibt sich eine Gerade. Wie ist der ursprüngliche Zusammenhang zwischen x und y?

Lösung: $y = x^a \cdot e^b$

HS14 - Aufgabe 1e)

Zweidimensionale Daten wurde je logarithmiert (doppelt-logarithmische Transformation). Mit $u := \ln x$ und $v := \ln y$ wurde dann nach einem bestimmten Verfahren eine Gerade angepasst; es ergab sich $v = 3u + 2$. Wie ist dann der explizite Zusammenhang zwischen x und y (Rücktransformation in der Form $y = \ldots$)?

Lösung: $y = e^2 x^3$

HS15 - Aufgabe 1f)

Bei zweidimensionalen Daten (x, y) wurden die y-Werte logarithmiert (einfach oder halb)-logarithmische Transformation). mit $v := \ln y$ wurde dann nach einem bestimmten Verfahren eine Gerade angepasst; es ergab sich $v = 3x + 2$. Wie ist dann der explizite Zusammenhang zwischen x und y (Rücktransformation in der Form $y = \ldots$)?

Lösung: $y = e^{3x+2}$

HS18 - Aufgabe 1g)

Bei einer Untersuchung stellt man fest, dass die Daten im Doppellogarithmischen Massstab auf der Geraden $y = 3x+5$ liegen. Wie war der ursprüngliche Zusammenhang (bevor man transformiert hat)?

Lösung: $y = x^3 e^5$

MathCourses
www.mathcourses.ch/mat182.html

MAT182 PVK

Vorarbeit "Grundlagen"

Algebra

weitere Aufgaben zum üben

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat182.html

Logarithmen vereinfachen

1. $\ln(4e) + \ln(25e) =$ Lösung: $\ln(100e^2) = \ln(100) + 2$

2. $\ln 25 - \ln 2 + \ln 20 =$ Lösung: $\ln 250$

3. $\log_2(96) - \log_2(3) =$ Lösung: $\log_2(2^5) = 5$

4. $\log_3(54) - \log_3(2) =$ Lösung: 3

5. $\ln(60e) + \ln(2e) - \ln(12e) =$ Lösung: $\ln(10) + 1$

   $= \ln(10e) = \ln(10) + \ln(e)$

6. $\ln(e^3) - \ln(e) =$ Lösung: $2 = \ln(e^2) = 2\ln(e)$

Schreibe den Term ohne negative Exponenten und vereinfache

1. $(-3)^{-4} =$ Lösung: $\frac{1}{81}$

2. $(-2x)^{-3} =$ Lösung: $\frac{-1}{8x^3}$

3. $8(-2x)^{-2} =$ Lösung: $\frac{2}{x^2}$

4. $\dfrac{3y^{-10}}{6} =$ Lösung: $\frac{1}{2y^{10}}$

5. $\dfrac{(2c)^{-6}}{0.5^2} =$ Lösung: $\frac{1}{16c^6}$

6. $\dfrac{3}{x^-5} =$ Lösung: $3x^5$

7. $\dfrac{4(xy)^{-1}}{(2x)^{-1}} =$ Lösung: $\frac{8}{y}$

8. $3x^{-1} \cdot \dfrac{1}{x^{-1}+1} + (1+x)^{-1} =$ Lösung: $\frac{4}{1+x}$

9. $\left(\dfrac{a^{-2}}{b}\right)^{-1} - \dfrac{b}{a^{-2}} =$ Lösung: 0

Potenzgesetze anwenden und vereinfachen

1. $0,3a^{-4} \cdot 0,1a^{-3} =$ Lösung: $0,03a^{-7}$

2. $(n+a)^{2x+3y} \cdot (n+a)^{4x-2y} =$ Lösung: $(n+a)^{6x+y}$

3. $b^{2a} \cdot b^{4a} =$ Lösung: b^{6a}

4. $8a^{6-5y} \cdot 3a^{2+6y} - 5a^{4+y} \cdot 6a^{2+3y} - (24a^{8+y} - 10a^{6+4y}) =$ Lösung: $-20a^{6+4y}$
   $= 24a^{8+y} - 30a^{6+4y} - 24a^{8+y} + 10a^{6+4y}$

5. $15a^3b^6(25b^8c - 8a^3b^2 + 9b^6x) =$ Lösung: $375a^3b^{14}c - 120a^6b^8 + 135a^3b^{12}x$

6. $2e^{-1} \cdot e^{3-x} + e(e^2 - 2^{-1}e^{-x+1}) =$ Lösung: $\frac{3}{2}e^{2-x} + e^3$
   $= 2e^{2-x} + e^3 - 0,5e^{2-x}$

7. $\dfrac{4x^2}{3y} \cdot \dfrac{aby^3}{16nx^3} =$ Lösung: $\frac{aby^2}{12nx}$

8. $\left(\dfrac{13a^7}{10x^5} : \dfrac{26a^4}{30x^8}\right) - \left(\dfrac{24a^3c}{13cx^4} : \dfrac{8}{26x^7}\right) =$ Lösung: $-\frac{9}{2}a^3x^3 = \frac{3}{2}a^3x^3 - 6a^3x^3$

9. $\dfrac{3^{n+1} + 3^n}{3^6 + 3^7} =$ Lösung: $3^{n-6} = \frac{3^n \cdot (1+3^1)}{3^6 \cdot (1+3^1)}$

10. $\dfrac{3n^{2a+3b}}{2n^{a+b}} + \dfrac{5n^{3b}}{10n^{b-a}} =$ Lösung: $2n^{a+2b} = \frac{3}{2}n^{a+2b} + \frac{1}{2}n^{2b+a}$

11. $\dfrac{3^a \cdot 4^a - 12^{a+1}}{6^a \cdot 2^{a-1}} =$ Lösung: -22
    $= \frac{12^a \cdot (1-12^1)}{12^a \cdot 2^{-1}} = \frac{-11}{0,5}$

12. $\left[\left(\dfrac{1}{1+a}\right)^4 : \left(\dfrac{1-a}{1}\right)^{-5}\right] \cdot \left(\dfrac{1-a}{a+1}\right)^{-4} =$ Lösung: $(1-a)$
    $= \frac{1 \cdot (1-a)^5 \cdot (1+a)^4}{(1+a)^4 \cdot 1 \cdot (1-a)^4}$
    $= \frac{1 \cdot 1 \cdot (1-a)^{-4}}{(1+a)^4 \cdot (1-a)^{-5} \cdot (1+a)^{-4}}$

13. $\left(\dfrac{4}{7}a^2\right)^{-3} =$ Lösung: $\frac{343}{64}a^{-6}$
    $= \left(\frac{7}{4}\right)^3 a^{-6}$

14. $\left(-\dfrac{a^2}{x}\right)^{-5} =$ Lösung: $-\frac{x^5}{a^{10}}$

15. $\left(\dfrac{a^{-3} \cdot b^4}{c^2x^{-2} \cdot b^0}\right)^{-3} =$ Lösung: $\frac{a^9c^6}{b^{12}x^6}$

16. $\left(\dfrac{2a^4}{3b^5}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{b^2}{a^2}\right)^2 : \left(\dfrac{2a}{3b}\right)^3 =$ Lösung: $\frac{a^5}{b^8} = a^5b^{-8}$
    $= \frac{8a^{12} \cdot b^4 \cdot 27b^3}{27b^{15} \cdot a^4 \cdot 8a^3}$

Binomische Formeln

1. $4 - a^2 =$ Lösung: $(2-a)(2+a)$

2. $\frac{1}{4}x^2 - 1 =$ Lösung: $(0.5x-1)(0.5x+1)$

3. $9b^3 - b =$ Lösung: $b(3b-1)(3b+1)$

4. $64n^2 - 25m^2 =$ Lösung: $(8n-5m)(8m+5n)$

5. $\frac{9}{4}a^2b^3 - \frac{25}{16}bx^2 =$ Lösung: $b(\frac{3}{2}ab + \frac{5}{4}x)(\frac{3}{2}ab - \frac{5}{4}x)$

6. $n^2 + nx + \frac{1}{4}x^2 =$ Lösung: $(n + \frac{1}{2}x)^2$

7. $2b^2 - 12b + 18 =$ Lösung: $2(b-3)^2$

8. $-120ab^2 + 72ab + 50ab^3 =$ Lösung: $2ab(6-5b)^2$

9. $\frac{a^4}{256} - \frac{b^4}{81} =$ Lösung: $(\frac{a^2}{16} - \frac{b^2}{9})(\frac{a^2}{16} + \frac{b^2}{9})$
$= (\frac{a}{4} - \frac{b}{3})(\frac{a}{4} + \frac{b}{3})(\frac{a^2}{16} + \frac{b^2}{9})$

10. $\left(\frac{3}{2}a^{x-1} - a^{x+3}\right)^2 =$ Lösung: $\frac{9}{4}a^{2x-2} - 3a^{2x+2} + a^{2x+6}$

Mehr Algebra-Übungsmaterial:

`www.mathcourses.ch/MAT182/Zusatzaufgaben-Algebra_MAT182.pdf`