

| | |
|---|--|
| <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Formel 1 von 3</p> <p>Mittelwertsatz:</p> <p>Für $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ sei die reelle Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ auf dem Intervall $[a, b]$ stetig und auf (a, b) differenzierbar.</p> <p>Dann gibt es mindestens ein $x_0 \in (a, b)$, so dass $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$</p> | <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Formel 2 von 3</p> <p>Nullstellensatz:</p> <p>Ist für $a, b \in \mathbb{R}$ die Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig,</p> <p>$\min\{f(a), f(b)\} < 0$ und $\max\{f(a), f(b)\} > 0$,</p> <p>so besitzt f in $[a, b]$ mindestens eine Nullstelle.</p> <p style="text-align: right;">Nullestellen</p> |
| <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>„Formel 2 von 3“</p> <p>Zu zeigen: $f(x)$ hat mindestens eine Nullstelle im Intervall $I = [a, b] \Rightarrow$ Nullstellensatz:</p> <p>Zeige: $f(a) > 0$ und $f(b) < 0$ oder $f(a) < 0$ und $f(b) > 0$ und f stetig (schreiben / kontrollieren)</p> <p>$\Rightarrow f$ hat mind. 1 Nullstelle auf I</p> | <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Beispiel Formel 2 von 3</p> <p>$f(x) = (x - 1)e^{x-1} - 2.7 \quad I = [1, 2]$</p> <p>$f(1) = -2.7 < 0 \quad f(2) = e^1 - 2.7 > 0$ (da $e \approx 2.72$)</p> <p>f stetig (da Summe stetiger Funktionen)</p> <p>\Rightarrow Nullstellensatz: f hat mind. eine Nullstelle auf I</p> <p style="text-align: right;">Nullestellen</p> |
| <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Formel 3 von 3</p> <p>Zu zeigen: $f(x)$ genau eine Nullstelle auf I</p> <p>1. Nullstellensatz zeigen</p> <p>2. strenge Monotonie von f auf I zeigen</p> <p>$\Rightarrow f$ hat genau 1 Nullstelle auf I</p> | <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Beispiel Formel 3 von 3</p> <p>$f'(x) = xe^{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = 0$</p> <p>$\rightarrow f'(x) > 0$ für $x \in I = [1, 2]$</p> <p>$\Rightarrow f$ ist streng monoton wachsend auf I</p> <p>$\Rightarrow f$ hat genau eine Nullstelle auf I</p> <p style="text-align: right;">Nullestellen</p> |
| <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Wissen 1 von 4</p> <p>$\ln(e^x) = x$</p> <p>Beispiel:</p> <p>$\ln(e^3) = 3 \quad \ln(1) = \ln(e^0) = 0$</p> | <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Wissen 2 von 4</p> <p>$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$</p> <p>Beispiel:</p> <p>$\frac{1}{e^2} = e^{-2} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{e^2}\right) = \ln(e^{-2}) = -2$</p> <p style="text-align: right;">Nullestellen</p> |
| <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Wissen 3 von 4</p> <p>$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$</p> <p>Beispiel:</p> <p>$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(1) - \ln(2) = 0 - \ln(2) = -\ln(2)$</p> | <p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: mathcourses.ch/mathe1</p> <p>Wissen 4 von 4</p> <p>$e \approx 2.718$</p> <p>Beispiel:</p> <p>$2 < e \quad \ln(2) < \ln(e) = \ln(e^1) = 1 \Rightarrow \ln(2) < 1$</p> <p style="text-align: right;">Nullestellen</p> |