MathCourses

www.mathcourses.ch/mat182.html

MAT182 PVK

Vorarbeit "Algebra"

Mehr Algebra-Übungsmaterial:

www.mathcourses.ch/MAT182/__Vorarbeit_PVK-Algebra.pdf

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat182.html

MathCourses

www.mathcourses.ch/mat182.html

MAT182 Zwischenkurs 1

Übungsblock

Algebra

(Grundlagen)

	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x^r}} = \mathbf{x^{-r}}$	$\sqrt[n]{x^k} = \mathbf{x^{\frac{k}{n}}}$	$\mathbf{x^a \cdot x^b} = \mathbf{x^{a+b}}$	$\frac{\mathbf{e}}{\left(\frac{\mathbf{f}}{\mathbf{g}}\right)} = \frac{\left(\frac{\mathbf{e}}{\mathbf{1}}\right)}{\left(\frac{\mathbf{f}}{\mathbf{g}}\right)} = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{1}} \cdot \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{f}}$	$\mathbf{(x^a)^c} = \mathbf{x^{a \cdot c}}$
1.	$\frac{1}{x^2} =$	$\sqrt{x} =$	$x^7 \cdot x^3 =$	$\frac{8}{\frac{3}{5}} =$	$\left(x^3\right)^2 =$
2.	$\frac{1}{x^5} =$	$\sqrt[3]{x} =$	$x \cdot \sqrt{x} =$	$\frac{4}{\frac{2}{x^2}} =$	$\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^5 =$
3.	$\frac{3}{x^2} =$	$\sqrt[5]{x^4} =$	$\sqrt[4]{x^3} \cdot x^{-2} =$	$\frac{1}{\frac{x}{3}} =$	$\sqrt[7]{x^{\frac{5}{2}}} =$
4.	$\frac{1}{3x^2} =$	$\sqrt{4x} =$	$\mathbf{x^a : x^b} = \frac{\mathbf{x^a}}{\mathbf{x^b}} = \mathbf{x^{a-b}}$	$\frac{x}{\frac{5}{4}} =$	$\left(\sqrt{3} \cdot x^{\frac{3}{2}}\right)^2 =$
5.	$\frac{11}{13x^5} =$	$\sqrt[4]{16x^8} =$	$\frac{x^5}{x^3} =$	$\frac{3x}{\frac{3}{7}} =$	$\left(4x^5\right)^2 =$
6.	$\frac{2}{x^{-3}} =$	Formel rückwärts angewendet $x^{\frac{2}{3}} =$	$\frac{x^{12}}{x^4} =$	$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{2}{9}} =$	$\left(\frac{\frac{x^2}{3}}{\frac{3}{x^{-5}}}\right)^{\sqrt{3}} =$
7.	$\frac{1}{\sqrt[3]{x}} =$	Formel rückwärts angewendet $4x^{-\frac{5}{2}} =$	$\frac{2x^3}{x^6} =$	$\frac{\frac{13x}{5}}{\frac{2}{3}} =$	

$\ln(\mathbf{a}) + \ln(\mathbf{b}) = \ln(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$	$\ln(\mathbf{a}) - \ln(\mathbf{b}) = \ln\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}\right)$	$\mathbf{c} \cdot \ln(\mathbf{a}) = \ln\left(\mathbf{a}^{\mathbf{c}}\right)$	$\sqrt{\mathbf{a}} \cdot \sqrt{\mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}$	**Wissen**
$\ln(y) + \ln(y^2) =$	$\ln(y) - \ln(y^2) =$	$3\ln(y) =$	$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x^3} =$	$x^0 =$
$\ln(y) + \ln(3) =$	$\ln(z) - \ln\left(\frac{1}{5}\right) =$	$-\ln(a) =$	$\sqrt{4x^3} =$	$\ln(1) =$
$\ln\left(\frac{x}{3}\right) + \ln(12xy) =$	$\ln(u) - \ln\left(3\sqrt{u}\right) =$	$-\frac{1}{4}\ln(16x^2) =$	$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x^3} =$	$e^0 =$
$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2}$	$\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2}$	$\mathbf{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$	$\frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}}$	**Fehler-quellen**
$(x+3)^2 =$	$(2y-1)^2 =$	$(y^3+11)(y^3-11) =$	$\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{x^9}} =$	$\sqrt{a+b}$ $=$ $\frac{\ln(x^2+1)}{\ln(x)}$ $=$
$y^2 + 2y + 1 =$	$x^2 - 10x + 25 =$	$b^2 - 1 =$	$\frac{\sqrt{4x^2}}{\sqrt{3x}} =$	
$y^4 + 4y^2 + 4 =$	$a^2 - a + \frac{1}{4} =$	$9x^4 - 25 =$	$\frac{\sqrt{x^4-16}}{\sqrt{x+2}} =$	

MAT182 Zwischenkurs 1

Lösungen

(Algebra Grundlagen)

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat182.html

	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x^r}} = \mathbf{x^{-r}}$	$\sqrt[n]{x^k} = \mathbf{x^{\frac{k}{n}}}$	$\mathbf{x^a \cdot x^b} = \mathbf{x^{a+b}}$	$\frac{\mathbf{e}}{\left(\frac{\mathbf{f}}{\mathbf{g}}\right)} = \frac{\left(\frac{\mathbf{e}}{\mathbf{1}}\right)}{\left(\frac{\mathbf{f}}{\mathbf{g}}\right)} = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{1}} \cdot \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{f}}$	$\mathbf{(x^a)^c} = \mathbf{x^{a \cdot c}}$
1.	$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$	$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	$x^7 \cdot x^3 = x^{7+3} = x^{10}$	$\frac{8}{\frac{3}{5}} = \frac{8}{1} \cdot \frac{5}{3} = \frac{40}{3}$	$\left(x^3\right)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$
2.	$\frac{1}{x^5} = x^{-5}$	$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$	$x \cdot \sqrt{x} = x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$	$\frac{4}{\frac{2}{x^2}} = \frac{4}{1} \cdot \frac{x^2}{2} = \frac{4x^2}{2} = 2x^2$	$\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^5 = x^{\frac{1}{4} \cdot 5} = x^{\frac{5}{4}}$
3.	$\frac{3}{x^2} = 3 \cdot \frac{1}{x^2} = 3 \cdot x^{-2}$	$\sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$	$\sqrt[4]{x^3} \cdot x^{-2} = x^{\frac{3}{4} - \frac{8}{4}} = x^{-\frac{5}{4}}$	$\frac{1}{\frac{x}{3}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{x} = \frac{3}{x}$	$\sqrt[7]{x^{\frac{5}{2}}} = \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{7}} = x^{\frac{5}{14}}$
4.	$\frac{1}{3x^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{3} \cdot x^{-2}$	$\sqrt{4x} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x} = 2 \cdot x^{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{x^a : x^b} = \frac{\mathbf{x^a}}{\mathbf{x^b}} = \mathbf{x^{a-b}}$	$\frac{x}{\frac{5}{4}} = \frac{x}{1} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \cdot x = \frac{4x}{5}$	$\left(\sqrt{3} \cdot x^{\frac{3}{2}}\right)^2 = 3 \cdot x^3$
5.	$\frac{11}{13x^5} = \frac{11}{13} \cdot \frac{1}{x^5} = \frac{11}{13} x^{-5}$	$\sqrt[4]{16x^8} = \sqrt[4]{2^4} \sqrt[4]{x^8} = 2 \cdot x^2$	$\frac{x^5}{x^3} = x^{5-3} = x^2$	$\frac{3x}{\frac{3}{7}} = \frac{3x}{1} \cdot \frac{7}{3} = \frac{21x}{3} = 7x$	$\left(4x^5\right)^2 = 4^2 \left(x^5\right)^2 = 16x^{10}$
6.	$\frac{2}{x^{-3}} = 2 \cdot \frac{1}{x^{-3}} = 2x^3$	Formel rückwärts angewendet $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$	$\frac{x^{12}}{x^4} = x^8$	$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{2}{9}} = \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{63}{6} = \frac{21}{2}$	$\left(\frac{\frac{x^2}{3}}{\frac{3}{x^{-5}}}\right)^{\sqrt{3}} = \left(\frac{x^{-3}}{9}\right)^{\sqrt{3}}$
7.	$\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{(x)^{\frac{1}{3}}} = x^{-\frac{1}{3}}$	Formel rückwärts angewendet $4x^{-\frac{5}{2}} = 4 \cdot \frac{1}{x^{\frac{5}{2}}} = \frac{4}{\sqrt[2]{x^5}}$	$\frac{2x^3}{x^6} = 2 \cdot \frac{x^3}{x^6} = 2 \cdot x^{-3}$	$\frac{\frac{13x}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{13x}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{39x}{10}$	theor. $= \frac{(x^{-3})^{\sqrt{3}}}{(9)^{\sqrt{3}}} = \frac{x^{-3 \cdot \sqrt{3}}}{9^{\sqrt{3}}}$

Vereinfache: $\left(\frac{\frac{x^2}{3}}{\frac{3}{x^{-5}}}\right)^{\sqrt{3}}$

$\boxed{\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} \neq \frac{1}{3}!}$ besser $\sqrt{3}$ lassen

$\boxed{\text{Mal Kehrbruch}}$

$$= \left(\frac{x^2}{3} \cdot \frac{x^{-5}}{3}\right)^{\sqrt{3}}$$

$$= \left(\frac{x^2 \cdot x^{-5}}{9}\right)^{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{x^a \cdot x^b = x^{a+b}}$$

$$= \left(\frac{x^{-3}}{9}\right)^{\sqrt{3}}$$

So theoretisch am "schönsten". Aber falls man mehr machen will:

$\boxed{\text{Klammer auflösen}}$

$$= \frac{\left(x^{-3}\right)^{\sqrt{3}}}{9^{\sqrt{3}}}$$

$$\boxed{\left(x^a\right)^c = x^{a \cdot c}}$$

$$= \frac{x^{-3\sqrt{3}}}{9^{\sqrt{3}}} = \frac{1}{9^{\sqrt{3}}} \cdot x^{-3\sqrt{3}}$$

$\ln(\mathbf{a}) + \ln(\mathbf{b}) = \ln(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$	$\ln(\mathbf{a}) - \ln(\mathbf{b}) = \ln\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}\right)$	$\mathbf{c} \cdot \ln(\mathbf{a}) = \ln\left(\mathbf{a}^{\mathbf{c}}\right)$	$\sqrt{\mathbf{a}} \cdot \sqrt{\mathbf{b}} = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}$	**Wissen**
$\ln(y) + \ln(y^2) = \ln(y^3)$	$\ln(y) - \ln(y^2) = \ln\left(y^{-1}\right)$	$3\ln(y) = \ln\left(y^3\right)$	$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x^3} = \sqrt{x^4} = x^2$	$x^0 = 1$
$\ln(y) + \ln(3) = \ln(3y)$	$\ln(z) - \ln\left(\frac{1}{5}\right) = \ln(5z)$	$-\ln(a) = \ln\left(a^{-1}\right)$	$\sqrt{4x^3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x^3} = 2x^{\frac{3}{2}}$	$\ln(1) = 0$
$\ln\left(\frac{x}{3}\right) + \ln(12xy) = \ln\left(4x^2y\right)$	$\ln(u) - \ln(3\sqrt{u}) = \ln\left(\frac{\sqrt{u}}{3}\right)$	$-\frac{1}{4}\ln(16x^2) = \ln\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$	$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x^3} = \sqrt[6]{x^{11}}$	$e^0 = 1$
$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2}$	$\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2}$	$\mathbf{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$	$\frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}}$	**Fehler-quellen**
$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$	$(2y-1)^2 = 4y^2 - 4y + 1$	$(y^3+11)(y^3-11) = y^6 - 121$	$\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{x^9}} = \sqrt{x^{-4}} = \frac{1}{x^2}$	$\sqrt{a+b}$ $= \sqrt{a+b}$
$y^2 + 2y + 1 = (y+1)^2$	$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$	$b^2 - 1 = (b+1)(b-1)$	$\frac{\sqrt{4x^2}}{\sqrt{3x}} = \sqrt{\frac{4x^2}{3x}} = \sqrt{\frac{4x}{3}}$	$\frac{\ln(x^2+1)}{\ln(x)}$ $= \frac{\ln(x^2+1)}{\ln(x)}$
$y^4 + 4y^2 + 4 = (y^2+2)^2$	$a^2 - a + \frac{1}{4} = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2$	$9x^4 - 25 = (3x^2+5)(3x^2-5)$	$\frac{\sqrt{x^4-16}}{\sqrt{x+2}} = \sqrt{(x^2+4)(x-2)}$	

Logarithmengesetz üben:

$$\ln(u) - \ln(3\sqrt{u})$$

$$= \ln\left(\frac{u}{3\sqrt{u}}\right)$$

- via Potenzgesetze:

$$= \ln\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{u}{\sqrt{u}}\right) = \ln\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{u^1}{u^{1/2}}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{1}{3} \cdot u^{1-1/2}\right) = \ln\left(\frac{1}{3} \cdot u^{1/2}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{1}{3} \cdot \sqrt{u}\right) = \ln\left(\frac{\sqrt{u}}{3}\right)$$

- via kürzen:

$$\boxed{u = \sqrt{u} \cdot \sqrt{u}}$$

$$= \ln\left(\frac{\cancel{\sqrt{u}}^{1} \cdot \sqrt{u}}{3\,\cancel{\sqrt{u}}_{1}}\right) = \ln\left(\frac{\sqrt{u}}{3}\right)$$

Logarithmengesetz üben:

$$-\frac{1}{4}\cdot\ln(16x^2)$$

$$=\ln\left((16\cdot x^2)^{-\frac{1}{4}}\right)$$

Hinweis: oft schwer zu wissen, ob sich weiter vereinfachen lohnt

Hier wäre es möglich:

$\boxed{\text{Klammer auflösen}}$

resp. Potenzgesetz

$a^x\cdot b^x=(a\cdot b)^x$

rückwärts anwenden

$$=\ln\left((16)^{-\frac{1}{4}}\cdot(x^2)^{-\frac{1}{4}}\right)$$

$$=\ln\left((16)^{-\frac{1}{4}}\cdot x^{-\frac{1}{2}}\right)=\ln\left((16)^{-\frac{1}{4}}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

$\boxed{\text{2er-Potenzreihe: } 16=(2^4)}$

$$=\ln\left((2^4)^{-\frac{1}{4}}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

$$=\ln\left(2^{-1}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

$$=\ln\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

$$=\ln\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$

Wurzel umformen üben:

$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x^3}$

Zu einer Wurzel zusammenfassen nicht erlaubt,
da es unterschiedliche Wurzeln sind $\Rightarrow$ "Potenzgesetze"

$= x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{2}} = x^{\frac{1}{3}+\frac{3}{2}}$

gleichnamig machen

$= x^{\frac{2}{6}+\frac{9}{6}} = x^{\frac{11}{6}}$

$= \sqrt[6]{x^{11}}$

Vereinfache $\dfrac{\sqrt{x^4-16}}{\sqrt{x+2}}$

$$= \sqrt{\frac{x^4-16}{x+2}}$$

$\boxed{\text{3. Binom}}$

$$= \sqrt{\frac{(x^2+4)(x^2-4)}{x+2}}$$

$\boxed{\text{3. Binom}}$

$$= \sqrt{\frac{(x^2+4)(x+2)(x-2)}{(x+2)}}$$

kürzen

$$= \sqrt{\frac{(x^2+4)\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{(x+2)}}}$$

$$= \underline{\underline{\sqrt{(x^2+4)(x-2)}}}$$

www.mathcourses.ch/mat182.html

MAT182 Zwischenkurs 1

Algebra

(Prüfungs-Aufgaben)

Luchsingers 1-Min-Aufgaben

- Luchsingers Belohnung für "fleissige" StudentInnen

  aber alles möglich / unberechenbar

- Einfache Punkte muss man holen!

- Je mehr man übt / anschaut, desto besser

  z.T. ähnliche Fragen (zum selben Thema)

  ↓

  z.B. Algebra - Vereinfachungen

  oder auf www.mathcourses.ch/mat182.html

- Gewisse Aufgaben kurz im PVK thematisiert

  Grossteil ist aber Eigenarbeit (Vektorgeometrie, DGL, Kurvendiskussion)

  → unterstütze Fleiss aber so gut es geht :)

  (Fragen beantworten)

Bsp.: $e^{\frac{1}{2}\ln(6) - \frac{1}{2}\ln(3) + 1}$

$e^{\ln(\dots)} = \dots$ nur falls nichts dazwischen!

$\longrightarrow$ mit Potenz- und Logarithmengesetzen umformen:

$$e^{\overbrace{\frac{1}{2}\ln(6) - \frac{1}{2}\ln(3)}^{\frac{1}{2}(\ln(6)-\ln(3))} + 1}$$

$$= e^{\frac{1}{2}(\ln(6)-\ln(3)) + 1}$$

$\ln(x) - \ln(y) = \ln(\frac{x}{y})$

$$= e^{\frac{1}{2}\overbrace{\ln(2)}^{\ln(\frac{6}{3})} + 1}$$

$n \cdot \ln(x) = \ln(x^n)$

$$= e^{\overbrace{\ln(\sqrt{2})}^{\ln(2^{\frac{1}{2}})} + 1}$$

$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$

$$= e^{\ln(\sqrt{2})} \cdot e^1$$

$e^{\ln(\dots)} = \dots$

$$= \underline{\underline{\sqrt{2} \cdot e}}$$

⊛ Zusatz: $10^{\log_{10}(1)}$ schwer?

$b^{\log_b(x)} = x = \log_b(b^x) \longrightarrow 10^{\log_{10}(1)} = 1$

Vereinfachen & Umformen: (Algebra 1-Minuten-Aufgaben)

Rep-HS13 (Sept. 2014) - Aufgabe 1b)

Sei $x > 0$. Berechnen Sie

$$\frac{e^{2\ln\sqrt{x}+1}}{x},$$

es ergibt eine reelle Zahl.

Lösung: e

Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1b)

Berechnen Sie

$$\frac{\ln(\log_{10}(10^e)e^2)}{3}.$$

Lösung: 1

Rep-HS15 (Sept. 2016) - Aufgabe 1a)

Berechnen Sie

$$e^{\ln(2^{\log_2 3})}$$

Lösung: 3

HS16 - Aufgabe 1b)

Berechnen Sie

$$\log\left(3^{[e^{\ln x^2}-e^{2\ln x}]}\right).$$

Lösung: 0

Rep-HS12 (Sept. 2013) - Aufgabe 1b)

Zwei der folgenden vier Ausdrücke $\ln(a+b)$, $\ln(ab)$, e^{a+b}, e^{ab} kann man sinnvoll umformen.

Welche und wie?

Lösung: $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ und $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$

HS19 - Aufgabe 1g)

Vereinfachen Sie $\ln\frac{1}{e^3}$ und $\log_{10}\frac{1}{10^3}$ soweit möglich.

Lösung: -3 und -3

Log-Transformationen (siehe Theorie-Erklärung im Lösungs-PDF/Teil)

Rep-HS14 (Sept. 2015) - Aufgabe 1h)

Der Zusammenhang zwischen den x-Werten und den y-Werten eines Datensatzes wird in einem doppeltlogarithmischen Masstab aufgezeichnet. Es ergibt sich eine Gerade. Wie ist der ursprüngliche Zusammenhang zwischen x und y?

Lösung: $y = x^a \cdot e^b$

HS14 - Aufgabe 1e)

Zweidimensionale Daten wurde je logarithmiert (doppelt-logarithmische Transformation). Mit $u := \ln x$ und $v := \ln y$ wurde dann nach einem bestimmten Verfahren eine Gerade angepasst; es ergab sich $v = 3u + 2$. Wie ist dann der explizite Zusammenhang zwischen x und y (Rücktransformation in der Form $y = \ldots$)?

Lösung: $y = e^2 x^3$

HS15 - Aufgabe 1f)

Bei zweidimensionalen Daten (x, y) wurden die y-Werte logarithmiert (einfach oder halb)-logarithmische Transformation). mit $v := \ln y$ wurde dann nach einem bestimmten Verfahren eine Gerade angepasst; es ergab sich $v = 3x + 2$. Wie ist dann der explizite Zusammenhang zwischen x und y (Rücktransformation in der Form $y = \ldots$)?

Lösung: $y = e^{3x+2}$

HS18 - Aufgabe 1g)

Bei einer Untersuchung stellt man fest, dass die Daten im Doppellogarithmischen Massstab auf der Geraden $y = 3x+5$ liegen. Wie war der ursprüngliche Zusammenhang (bevor man transformiert hat)?

Lösung: $y = x^3 e^5$

MathCourses

www.mathcourses.ch/mat182.html

MAT182 Zwischenkurs 1

Lösungen

(Algebra Prüfungs-Aufgaben)

Homepage / Webseite:

www.mathcourses.ch/mat182.html

Rep-HS13 - Aufgabe 1b)

Sei $x > 0$. Berechnen Sie

$$\frac{e^{2\ln\sqrt{x}+1}}{x},$$

es ergibt eine reelle Zahl.

Bem: wenn keine Klammer steht, ist bloss der nächste Term im ln( ) drin

$$\frac{e^{2\cdot\ln(\sqrt{x})+1}}{x}$$

3. log-Gesetz:

$$n\cdot\log(x) = \log(x^n)$$

$$= \frac{e^{\ln(\overbrace{(\sqrt{x})^2}^{x})+1}}{x}$$

1. Potenzgesetz:

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

$$= \frac{e^{\ln(x)}\cdot e^1}{x}$$

Umkehrfnen heben sich auf:

$$e^{\ln(a)} = \ln(e^a) = a$$

$$= \frac{x\cdot e}{x}$$

Kürzen (Zähler u. Nenner sind schon faktorisiert)

"Summen kürzen nur die Dummen"

$$= \underline{\underline{e}}$$

Rep-HS14 - Aufgabe 1b)

Berechnen Sie

$$\frac{\ln(\log_{10}(10^e)e^2)}{3}.$$

$$\frac{\ln(\log_{10}(10^e)e^2)}{3}$$

Definition log:

$\log_b(y) = x \Leftrightarrow y = b^x$

$\underbrace{\log_{10}(10^e)}_{=e} = x \Leftrightarrow 10^e = 10^x$

$$= \frac{\ln(e \cdot e^2)}{3}$$

1. Potenzgesetz:

$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$

$$= \frac{\ln(e^3)}{3}$$

Umkehrfnen heben sich auf:

$e^{\ln(a)} = \ln(e^a) = a$

$$= \frac{3}{3}$$

kürzen

$$= \underline{\underline{1}}$$

Rep-HS15 - Aufgabe 1a)

Berechnen Sie

$$e^{\ln(2^{\log_2 3})}$$

$$e^{\ln(2^{\log_2(3)})}$$

Definition log :

$\log_b(y) = x \Leftrightarrow y = b^x$

$\log_2(3) = x \Leftrightarrow 3 = 2^x = 2^{\log_2(3)}$

$$= e^{\ln(3)}$$

Umkehrfnen heben sich auf:

$e^{\ln(a)} = \ln(e^a) = a$

$$= \underline{\underline{3}}$$

HS16 - Aufgabe 1b)

Berechnen Sie

$$\log\left(3^{[e^{\ln x^2}-e^{2\ln x}]}\right).$$

$$\log\left(3^{[e^{\ln(x^2)}-e^{2\cdot\ln(x)}]}\right)$$

3. log-Gesetz:
$n\cdot\log(x)=\log(x^n)$

$$=\log\left(3^{[e^{\ln(x^2)}-e^{\ln(x^2)}]}\right)$$

Umkehrfnen heben sich auf:
$e^{\ln(a)}=\ln(e^a)=a$

$$=\log\left(3^{[x^2-x^2]}\right)$$

Vereinfachen

$$=\log(3^0)=\log(1)$$

Grundwissen:
$\log_b(1)$ ist immer $=0$
(egal welche Basis b)

$$=\underline{\underline{0}}$$

Rep-HS12 - 1b):

Zwei der folgenden vier Ausdrücke $\ln(a+b)$, $\ln(ab)$, e^{a+b}, e^{ab} kann man sinnvoll umformen. Welche und wie?

$\ln(a+b)$ ✗

Summe im ln()

$\Rightarrow$ keine Formel

$\ln(a \cdot b)$

$= \ln(a) + \ln(b)$ ✓

Produkt im ln( )

$\Rightarrow$ 1. Log-Gesetz

$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$

e^{a+b}

$= e^{a} \cdot e^{b}$ ✓

1. Potenzgesetz:

$a^{n+m} = a^{n} \cdot a^{m}$

e^{ab}

$= (e^{a})^{b} = (e^{b})^{a}$ ✗ (?)

Theoretisch auch

3. Potenzgesetz:

$(a^{m})^{n} = a^{m \cdot n} = (a^{n})^{m}$

wird von Lochsi hier scheinbar aber nicht als sinnvoll angesehen

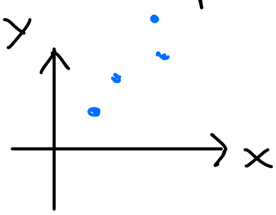
Log-Transformationen + möglicher x-y Zusammenhang

Datensatz mit Punkten $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots$

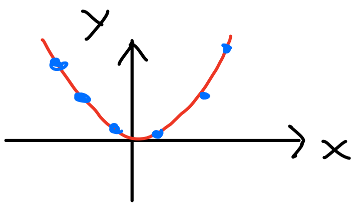
Generell:

Zusammenhang zw. x und y $\Rightarrow$ Graph anschauen

Punkte (x_i, y_i) $\xrightarrow[\text{anschauen}]{\text{graphisch}}$

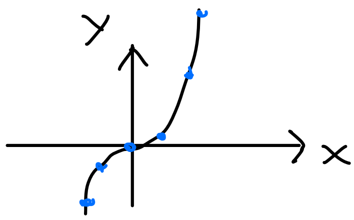


mögliche Zusammenhänge:



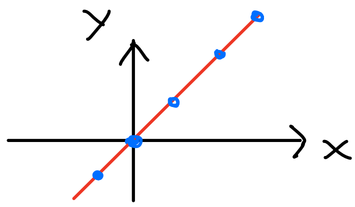
Quadratischer Zus'hang (zw. x und y)

$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$



kubischer Zus'hang

$y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$



linearer Zus'hang (Gerade)

$\boxed{y = a \cdot x + b}$

Gerade $\triangleq$ linearer Zus'han

Log-Transformation (der Daten)

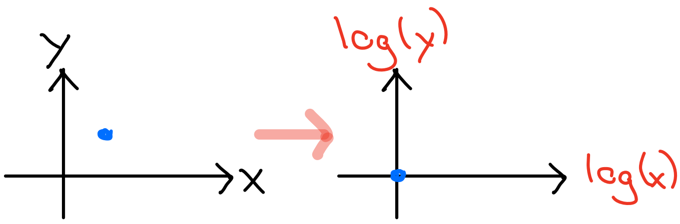
- Doppelt:

  oft bei Mathe Dozenten

  $x \longrightarrow \log(x) \triangleq \ln(x)$

  $y \longrightarrow \log(y) \triangleq \ln(y)$

  d.h.



- Einfach/halb: nur eine der beiden Vblen wird transformiert (d.h. umgerechnet)

ursprünglichen x-y Zusammenhang ermitteln

① Zusammenhang im Text → Gleichung

z.B. Gerade → $y = a \cdot x + b$

② Ersetzen → Transformierte Gleichung

- doppelt-logarithmiert: sowohl y mit $\ln(y)$ als auch x mit $\ln(x)$
- einfach logarithmiert: nur y mit $\ln(y)$ oder x mit $\ln(x)$

z.B. doppelt logarithmiert → $\ln(y) = a \cdot \ln(x) + b$

③ Gleichung nach y auflösen

. - - - - - -

Rep-HS14 - Aufgabe 1h)

Der Zusammenhang zwischen den x-Werten und den y-Werten eines Datensatzes wird in einem doppeltlogarithmischen Masstab aufgezeichnet. Es ergibt sich eine Gerade.

Wie ist der ursprüngliche Zusammenhang zwischen x und y?

① Zusammenhang

$$y = a \cdot x + b$$

② Transformierte Gleichung | $x \Rightarrow \log(x)$, $y \Rightarrow \log(y)$

$$\ln(y) = a \cdot \ln(x) + b$$

③ nach y auflösen:

$\ln(y)$ links isoliert (alleine)

↳ $\exp(\ ) = \exp(\ )$

$$\underbrace{e^{\ln(y)}}_{} \ (*)$$

$$y = e^{a \cdot \ln(x) + b}$$

3. log-Gesetz:

$n \cdot \log(x) = \log(x^n)$

$$y = e^{\ln(x^a) + b}$$

1. Potenzgesetz

$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$

$$y = e^{\ln(x^a)} \cdot e^b$$

Umkehrfnen heben sich auf

$e^{\ln(a)} = \ln(e^a) = a$ (*)

$$\underline{\underline{y = x^a \cdot e^b}}$$

Allg. Tipp:

Lös.weg rausschreiben: ① ② ③

HS14 - Aufgabe 1e)

Zweidimensionale Daten wurde je logarithmiert (doppelt-logarithmische Transformation).

Mit $u := \ln x$ und $v := \ln y$ wurde dann nach einem bestimmten Verfahren eine Gerade angepasst; es ergab sich $v = 3u + 2$.

Wie ist dann der explizite Zusammenhang zwischen x und y (Rücktransformation in der Form $y = \ldots$)?

$$v = 3u + 2$$

$u = \ln(x)$
$v = \ln(y)$

$$\ln(y) = 3 \cdot \ln(x) + 2$$

nach y auflösen:

$\ln(y)$ links isoliert (alleine)

↳ $\exp(\;) = \exp(\;)$

$$\underbrace{\circledast\, e^{\ln(y)}}_{y} = e^{3 \cdot \ln(x) + 2}$$

3. log-Gesetz:

$n \cdot \log(x) = \log(x^n)$

$$y = e^{\ln(x^3) + 2}$$

1. Potenzgesetz:

$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$

$$y = e^{\ln(x^3)} \cdot e^2$$

Umkehrfnen heben sich auf:

$e^{\ln(a)} = \ln(e^a) = a$ $\circledast$

$$\underline{\underline{y = x^3 \cdot e^2}}$$

HS15 - Aufgabe 1f)

Bei zweidimensionalen Daten (x, y) wurden die y-Werte logarithmiert (einfach oder halb)-logarithmische Transformation). Mit $v := \ln y$ wurde dann nach einem bestimmten Verfahren eine Gerade angepasst; es ergab sich $v = 3x + 2$.

Wie ist dann der explizite Zusammenhang zwischen x und y (Rücktransformation in der Form $y = \ldots$)?

$$v = 3x + 2$$

$v = \ln(y)$

$$\ln(y) = 3x + 2$$

nach y auflösen:

$\ln(y)$ links isoliert (alleine)

↳ $\exp(\;) = \exp(\;)$

$$\underline{\underline{y = e^{3x+2}}}$$

Kann man nicht mehr weiter vereinfachen

(höchstens in die nicht nötige! Grundform von exp. Wachstum)

$$y = e^{3x+2}$$

1. Potenzgesetz:

$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$

$$y = e^{3x} \cdot e^2$$

$$= \underline{\underline{e^2 \cdot e^{3x}}} \qquad = \underbrace{e^2}_{\text{Anfangswert (zur Zeit } x=0)} \cdot \; e^{3x}$$

$3 \hat{=} \lambda$ mit $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}}$, Halbwerts- oder Verdoppelungszeit

(hier Wachstum da $3>0$)