

<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Formel 1 von 1</b></p> <p>Das totale Differential an der Stelle <math>(x_0, y_0)</math> ist:</p> $df = f_x(x_0, y_0) \cdot dx + f_y(x_0, y_0) \cdot dy$	<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Beispiel Formel 1 von 1</b></p> $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4xy$ <p>Totale Differential an der Stelle <math>(x_0, y_0) = (1, 2)</math>:</p> $\begin{aligned} f_x = 2x - 4y &\Rightarrow f_x(x_0, y_0) = f_x(1, 2) = 2 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = -6 \\ f_y = 4y - 4x &\Rightarrow f_y(x_0, y_0) = f_y(1, 2) = 4 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 4 \\ \Rightarrow df &= f_x(x_0, y_0) \cdot dx + f_y(x_0, y_0) \cdot dy = \underline{-6dx + 4dy} \end{aligned}$ <p style="text-align: right;">totale Differential</p>
<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Formel 1 von 1</b></p> $F(t) = f(x(t), y(t)) \quad \text{mit} \quad x_0 = x(t_0), \quad y_0 = y(t_0)$ $F'(t_0) = f_x(x_0, y_0) \cdot x'(t_0) + f_y(x_0, y_0) \cdot y'(t_0)$ <p>Bem.: <math>f_x(x, y)</math> und <math>f_y(x, y)</math> die partiellen Ableitungen von <math>f(x, y)</math></p>	<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Beispiel Formel 1 von 1</b></p> $F(t) = f(2t, t^2), \quad \text{mit} \quad f_x(x, y) = -4x, \quad f_y(x, y) = 2y$ <p>Berechne <math>F'(3)</math>: <math>t_0 = 3, \quad x(t) = 2t, \quad y(t) = t^2</math></p> $x_0 = x(3) = 6, \quad y_0 = y(3) = 9 \quad x'(t) = 2, \quad y'(t) = 2t$ $F'(3) = f_x(6, 9) \cdot (2) + f_y(6, 9) \cdot 6 = -24 \cdot 2 + 18 \cdot 6 = 60$ <p style="text-align: right;">Verallgemeinerte Kettenregel</p>
<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Formel 1 von 2</b></p> $g(x, y) = g(x, h(x)) \quad \text{mit} \quad y = h(x)$ $h'(x_0) = -\frac{g_x(x_0, y_0)}{g_y(x_0, y_0)} \quad \text{mit} \quad h(x_0) = y_0$	<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Beispiel Formel 1 von 2</b></p> $g(x, y) = x^2 + 2xy + y^4, \quad y = h(x), \quad (x_0, y_0) = (0, 1)$ $g_x(x, y) = 2x + 2y, \quad g_y(x, y) = 2x + 4y^3$ $g_x(0, 1) = 2, \quad g_y(0, 1) = 4 \quad \Rightarrow \quad h'(0) = -0.5$ <p style="text-align: right;">implizite Funktion</p>
<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Formel 2 von 2</b></p> <p>Tangente an <math>(x_0, y_0 = h(x_0))</math>:</p> $y = h(x_0) + h'(x_0)(x - x_0)$	<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Beispiel Formel 2 von 2</b></p> $h'(0) = -0.5, \quad h(x_0) = y_0 = 1$ <p>Tangente: <math>y = h(x_0) + h'(x_0)(x - x_0) = 1 - 0.5x</math></p> <p style="text-align: right;">implizite Funktion</p>
<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Wissen</b></p> $g_x(x, y) = g \text{ nach } x \text{ ableiten}$ $g_y(x, y) = g \text{ nach } y \text{ ableiten}$	<p>Vorbereitungskurse + Unterlagen: <a href="http://mathcourses.ch/mathe1">mathcourses.ch/mathe1</a></p> <p><b>Beispiel Wissen</b></p> $g(x, y) = x^2 + 2xy + y^4$ $g_x(x, y) = 2x + 2y$ $g_y(x, y) = 2x + 4y^3$ <p style="text-align: right;">implizite Funktion</p>